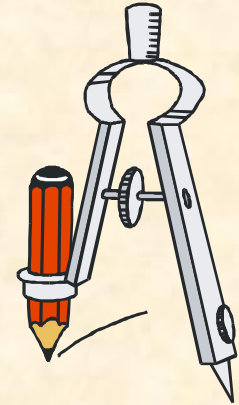


ΕΠΙΜΟΡΦΩΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

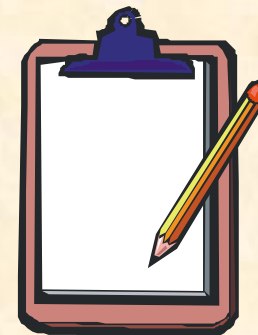
ΜΕ ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ
ΠΟΥ ΔΙΔΑΣΚΟΥΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΑ
ΓΥΜΝΑΣΙΑ ΤΡΙΚΑΛΩΝ ΚΑΙ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ



Αναζητώντας τη γνώση με διαδικασίες διερευνητικής
και ανακαλυπτικής μάθησης.
Προτάσεις και προβληματισμοί

Δημήτρης Ντρίζος
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Η διερευνητική και ανακαλυπτική (Δ-Α) προσέγγιση της γνώσης, ως μία διακριτή μέθοδος διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο



Θεωρητικές επισημάνσεις – Βασικές ιδέες:

Η εκδοχή της Δ-Α που προτείνουμε, εντάσσεται στις μαθητοκεντρικές μεθόδους διδασκαλίας, και, από παιδαγωγικής σκοπιάς βρίσκεται πλησιέστερα στη σχολή σκέψης του μεγάλου παιδαγωγού **John Dewey**, ενώ, αναφορικά με την οργάνωση της διδασκαλίας και την οικοδόμηση της γνώσης, προσεγγίζει το πλαίσιο των ιδεών του **Ernst Von Glaserfeld**.

Ο καθηγητής εντάσσει στο μάθημά του μικρο-δραστηριότητες, στοχευμένες ερωτήσεις και ανάλογα προβλήματα, ώστε να προσελκύει το ενδιαφέρον των μαθητών για συζήτηση, διερεύνηση και ανακάλυψη.

Το παιδαγωγικό και ψυχολογικό κλίμα της τάξης πρέπει να υποβοηθεί όλους τους μαθητές, ώστε να υποβάλλουν και οι ίδιοι τα δικά τους ερωτήματα.

Πριν τη διδασκαλία ο καθηγητής καλείται να πάρει κρίσιμες αποφάσεις:

Και, πρώτα απ' όλα, να αποφασίσει ποιο μέρος της ενότητας που σκοπεύει να διδάξει, είναι ανάγκη να το παρουσιάσει ο ίδιος στην τάξη.

Με ποια σειρά και με ποιο ακριβώς σχέδιο. Κι όλα τα υπόλοιπα πρέπει να "βγουν" μέσα από έναν καλοσχεδιασμένο και καλά συντονισμένο διάλογο με την τάξη.

Μια τάξη που, υπό την εποπτεία του καθηγητή, συνδιαλέγεται με στόχο να βρεθούν απαντήσεις στα ερωτήματα που θέτει ο καθηγητής. Αλλά και σε εκείνα που θέτουν οι ίδιοι οι μαθητές.

Μια τάξη που προσομοιάζει με εργαστήριο μάθησης, όπου ο καθηγητής ακούει προσεκτικά τις απαντήσεις που δίνονται, και επιχειρεί συστηματικά, όταν κάποια απάντηση δεν είναι η αναμενόμενη, να φέρει τον μαθητή που την έδωσε, στο σημείο εκείνο που θα κατανοήσει ο ίδιος την αστοχία ή το λάθος που έκανε.

Διδακτικές και παιδαγωγικές προϋποθέσεις για μια Δ-Α τάξη μαθηματικών:

Ως πρώτη προϋπόθεση θεωρούμε **την ενσυνείδητη εμπλοκή του μαθητή στις διαδικασίες της μάθησης**: Είναι απαραίτητο, πρώτα απ' όλα, να πεισθεί ο μαθητής ότι η εν λόγω γνώση τον ενδιαφέρει και η προσωπική του συμμετοχή σ' αυτήν τη διαδικασία μετράει και έχει νόημα· ότι έτσι συμβάλλει κι αυτός με τον δικό του τρόπο στην οικοδόμηση και διαμόρφωση της νέας γνώσης και δεν είναι απλά ένας παθητικός δέκτης ασύνδετων, κατά κανόνα, πληροφοριών.

Έτσι δημιουργείται μια τάξη, στην οποία οι μαθητές συμμετέχουν στην αναζήτηση και επινόηση της γνώσης. Και ο ρόλος εδώ του διδάσκοντα είναι, κυρίως, αυτός του εμπνευστή, του καθοδηγητή και του καλού συντονιστή, που υποβάλλει στην κατάλληλη στιγμή εύστοχες ερωτήσεις, οι οποίες προωθούν διαδικασίες μικρο-έρευνας και γόνιμου προβληματισμού.

Μια τέτοια τάξη, στην οποία ο διδάσκων θέτει προβλήματα προς λύση και, συγχρόνως, λειτουργεί διευκολυντικά στη διαπραγμάτευσή τους, δημιουργεί μια **διερευνητική τάξη μαθηματικών (Cobb P., Wood T., Yackel E. & McNeal B., 1992)**

Σε τέτοιες τάξεις μαθηματικών, οι μαθητές στην πορεία διαπραγμάτευσης κάποιου προβλήματος οδηγούνται σταδιακά –υπό την καθοδήγηση του διδάσκοντα και τη συμβολή, όπου κρίνεται σκόπιμο, ενός δυναμικού μαθηματικού λογισμικού– από τη μελέτη απλών ειδικών περιπτώσεων στη διατύπωση συμπερασμάτων και γενικεύσεων: μια ικανότητα που σχετίζεται με τη **μαθηματική ανακάλυψη**, την επινόηση δηλαδή των ιδεών που μάς δείχνουν το δρόμο για τη λύση.

Σ' αυτήν τη δημιουργική πορεία, καθώς ο μαθητής αναζητά επίμονα τη λύση κάποιου προβλήματος, σημαντικό ρόλο παίζει και η **διαίσθηση** που βασίζεται κυρίως στην εποπτεία (κατά τον **Richard Courant**, η έλλειψη της εξάρτησης των αποδείξεων από τη διαίσθηση οδηγεί σε "μαθηματική ατροφία").

Με τις παραπάνω σκέψεις, επιχειρούμε να διευκρινίσουμε τις παιδευτικές προθέσεις μιας διερευνητικής τάξης μαθηματικών και να αναπτύξουμε περαιτέρω το "διδασκτικό σχήμα" του **George Polya** για ένα περιβάλλον Δ-Α διδασκαλίας και μάθησης, όπου οι μαθητές για την επίλυση ενός προβλήματος:

- (α) πειραματίζονται και παρατηρούν στο πλαίσιο της επαγωγικής συλλογιστικής: αντιμετωπίζουν δηλαδή, πρώτα-πρώτα, απλές ειδικές περιπτώσεις του προβλήματος (ειδικεύσεις),
- (β) εντοπίζουν μια ιδιότητα ή μια κατάσταση που συνήθως εμφανίζεται σε όλες τις επιμέρους περιπτώσεις που εξέτασαν (κανονικότητα),
- (γ) διατυπώνουν εικασίες,
- (δ) επινοούν ένα σχέδιο για την απόδειξη των εικασιών τους, το οποίο στη συνέχεια τροποποιούν όσες φορές απαιτηθεί, μέχρι να καταλήξουν στο επιθυμητό αποτέλεσμα,
- (ε) ελέγχουν αν τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξαν είναι συνεπή προς τις υποθέσεις του προβλήματος.

Έχουμε τη γνώμη ότι ο διάλογος που αναπτύσσεται σε μια Δ-Α τάξη μαθηματικών, με έναυσμα την αναζήτηση απαντήσεων σε ερωτήματα μικρο-δραστηριοτήτων ή επίλυσης προβλήματος, συμβάλλει ώστε να αναδεικνύονται και εμπεδώνονται ιδέες και πρακτικές που βαθμιαία βελτιώνουν τη μαθηματική ικανότητα, η οποία είναι, τελικά, και το ποιοτικό ζητούμενο της μαθηματικής εκπαίδευσης.

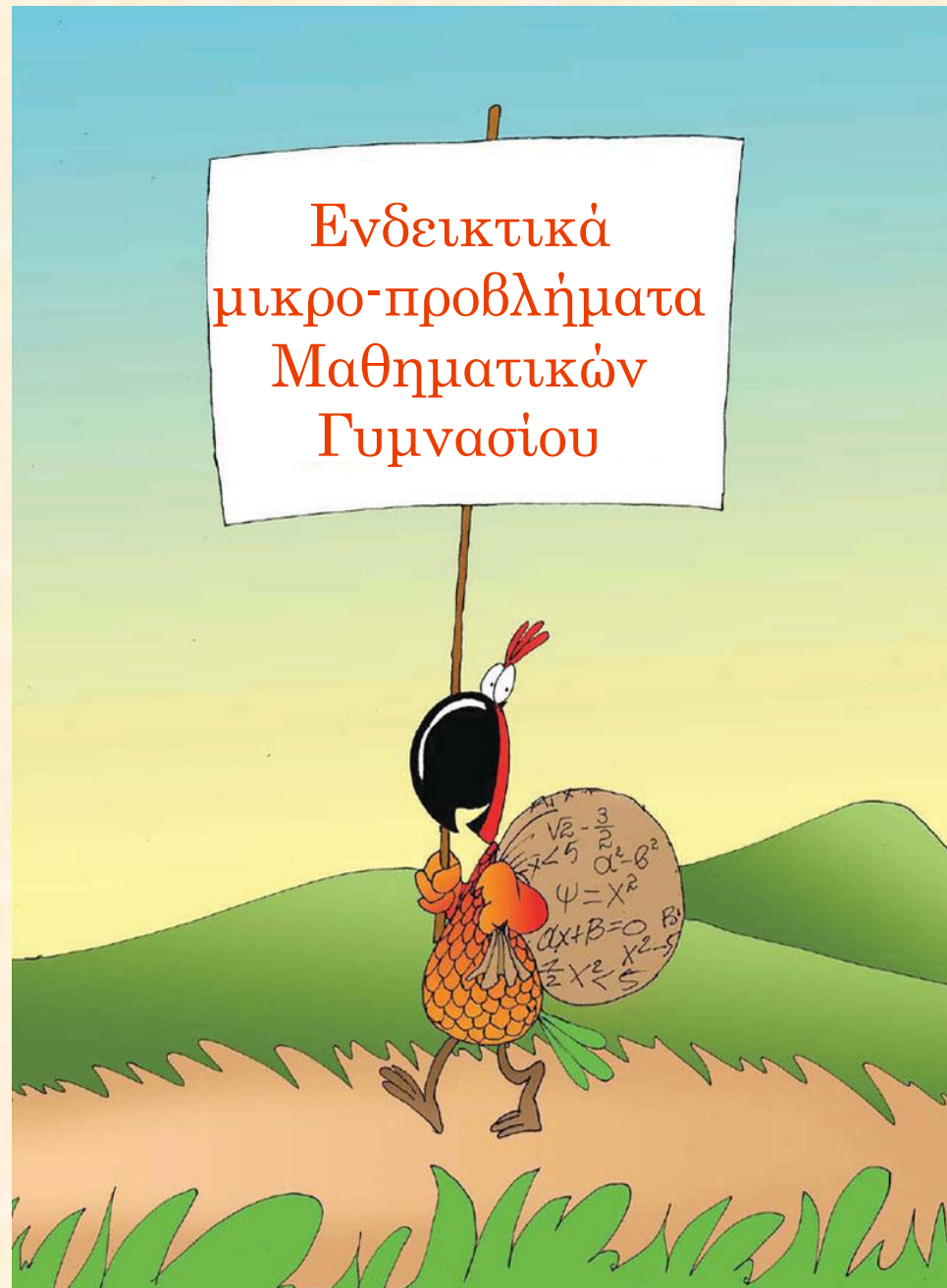
Η συμβολή της παιδαγωγικής διάστασης μιας Δ-Α διδασκαλίας:

Αξιοποιούνται άτυπες γνώσεις και εμπειρίες που απέκτησαν οι μαθητές στην εκτός σχολείου κοινωνική τους ανάπτυξη

Αναδεικνύονται τα θετικά αποτελέσματα του συστηματικού διαλόγου, του αλληλοσεβασμού και της προσωπικής τους ανάπτυξης σε περιβάλλον συνεργατικής μάθησης.

Ενισχύεται το χαμηλό αίσθημα αυτοεκτίμησης κάποιων παιδιών, αυξάνεται το ενδιαφέρον τους για το σχολείο και η θετική στάση τους προς τα μαθηματικά.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ



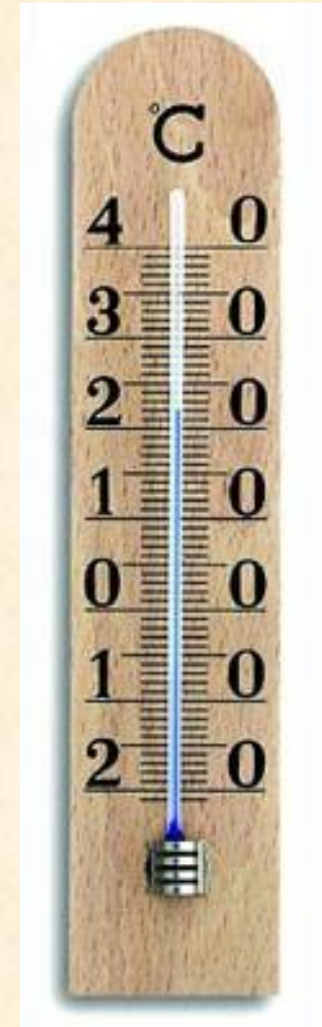
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1.

[Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄/Κεφ. 7ο,
Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί]

Μια μέρα του χειμώνα η ελάχιστη θερμοκρασία ήταν -7°C , ενώ η μέγιστη 4°C .

Την επόμενη μέρα η ελάχιστη θερμοκρασία μειώθηκε κατά 2°C ενώ η μέγιστη μειώθηκε κατά 5°C .

- α. Ποια ήταν η νέα ελάχιστη, και ποια η νέα μέγιστη θερμοκρασία;
- β. Κατά πόσους βαθμούς η νέα μέγιστη ξεπερνά την νέα ελάχιστη θερμοκρασία;



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2.

[Α' Γυμνασίου, Μέρος Α' /Κεφ. 5ο, Ποσοστά]

Ένας λογαριασμός του ΟΤΕ για ένα δίμηνο περιλαμβάνει πάγια 40 € και 2250 μονάδες επί 0,068 € τη μονάδα.

Αν ο λογαριασμός επιβαρύνεται με ΦΠΑ 23 % ,
α. να βρείτε πόσο θα πληρώσουμε.

β. Πόσο θα πληρώναμε αν αυξανόταν η τιμή της μονάδας στα 0,072 € για τις πρώτες 1000 μονάδες, και στα 0,070 € για τις υπόλοιπες μονάδες πέραν των 1000;

ΟΤΕ
Η πιο σταθερή μας σχέση

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ
ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α.Ε.

ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΑΡ.ΜΑΕ: 30709/Β/96/18
Κηφισίας 99,
Τ.Κ. 151 24 Μαρousi
Α.Φ.Μ.: 09/018245
ΔΟΥ ΦΑΕΕ ΑΘΗΝΩΝ

Σελίδα 1 / 5

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΩΝ ΤΕΛΩΝ

Κατηγορία: 9, Πάγια Τέλη: 16/06/07-15/08/07

210 - ISDN

Σύνολο Τηλετ. Συνδρομών στο Λογαριασμό σας: 1
ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΥ ΣΑΣ στη σελίδα 2

Περίοδος Παράκλης Υπηρεσιών: 16-04-07 έως 15-06-07

ΟΜΑΔΑΣ ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΥ (ΟΛ)

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΟΣΟ ΠΛΗΡΩΜΗΣ

Ημερομηνία Λήξης Πληρωμής: 25-07-2007

€ -21,50

Α.Φ.Μ. Δ.Ο.Υ.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΠΟΣΟΥ ΠΛΗΡΩΜΗΣ

Α/Α	Κατηγορίες Τελών	Χρέωση σε €
A	Οφειλή από Υπόλοιπο Προηγούμενου Λογ/σμού	0,000
B	Τέλη από όλες τις Υπηρεσίες του Παρόντος Λογαριασμού	5,264
Γ	Επιστροφές - Εκπτώσεις	-23,366
Δ	Σύνολο Φ.Π.Α. Α + Β + Γ = €	-18,102
Δ	Σύνολο Φ.Π.Α.	-3,398

ΑΝΑΛΥΣΗ ΦΠΑ ΚΑΤΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ (Ευρώ)

Αξία €	-0,219 χωρίς ΦΠΑ (x)	-
Αξία €	-17,883 με 19% ΦΠΑ	-3,398
Αξία = €	-18,102 και ΣΥΝΟΛΟ Φ.Π.Α.	-3,398

ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΟΣΟ ΠΛΗΡΩΜΗΣ: -21,50

Ημερομηνία Λήξης Πληρωμής: 25-07-2007

Στην ΠΕΣΩ ΟΦΗ αυτού του φύλλου θα βρείτε χρήσιμες ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ για την εξυπηρέτησή σας

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

[Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Β΄/Κεφ. 1ο, Βασικές γεωμετρικές έννοιες]

Αν το ρολόι σας δείχνει την ώρα με ωροδείκτη και λεπτοδείκτη, και όχι ψηφιακά, δείτε την ώρα που δείχνει αυτή τη στιγμή.

Θα μπορούσατε να βρείτε πόσες φορές μέσα στις επόμενες 8 ώρες θα βρεθούν πάνω στην ίδια ευθεία ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης;

Αλλά κι αν ακόμη δεν φοράτε ρολόι ή το ρολόι σας δείχνει την ώρα ψηφιακά, πάλι θα μπορούσατε να σκεφτείτε και να βρείτε τη λύση.

Δοκιμάστε!



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.

[Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Β΄ /Κεφ. 1ο, Κύκλος]

Το σπίτι του Γιώργου απέχει 3 Km από το σχολείο του, ενώ του Θανάση απέχει 6 Km από το ίδιο σχολείο.

- α. Σχεδιάστε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, και τοποθετείστε το σχολείο στην αρχή του συστήματος.
- β. Στο επίπεδο αυτού του συστήματος, ποιες είναι οι θέσεις στις οποίες θα μπορούσε να βρίσκεται το σπίτι του Γιώργου; Επίσης, να βρείτε τις θέσεις στις οποίες θα μπορούσε να βρίσκεται το σπίτι του Θανάση.
- γ. Να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη δυνατή απόσταση μεταξύ των σπιτιών του Γιώργου και του Θανάση.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5.

[Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Β΄/Κεφ. 2ο, Μεσοκάθετος ευθ. τμήματος]

Σχεδιάστε μια γωνία $\chi O \gamma$ που οι πλευρές της δεν ταυτίζονται, ούτε είναι αντικείμενες ημιευθείες .

Πάνω στην $O\chi$ να πάρετε σημείο A ώστε $OA = 10 \text{ cm}$ και στην $O\gamma$ σημείο B ώστε $OB = 16 \text{ cm}$. Έπειτα να φέρετε τις μεσοκαθέτους των ευθυγράμμων τμημάτων OA και OB οι οποίες τέμνονται στο σημείο K . Στη συνέχεια σχεδιάστε τον κύκλο με κέντρο το K και ακτίνα ίση με το τμήμα KO .

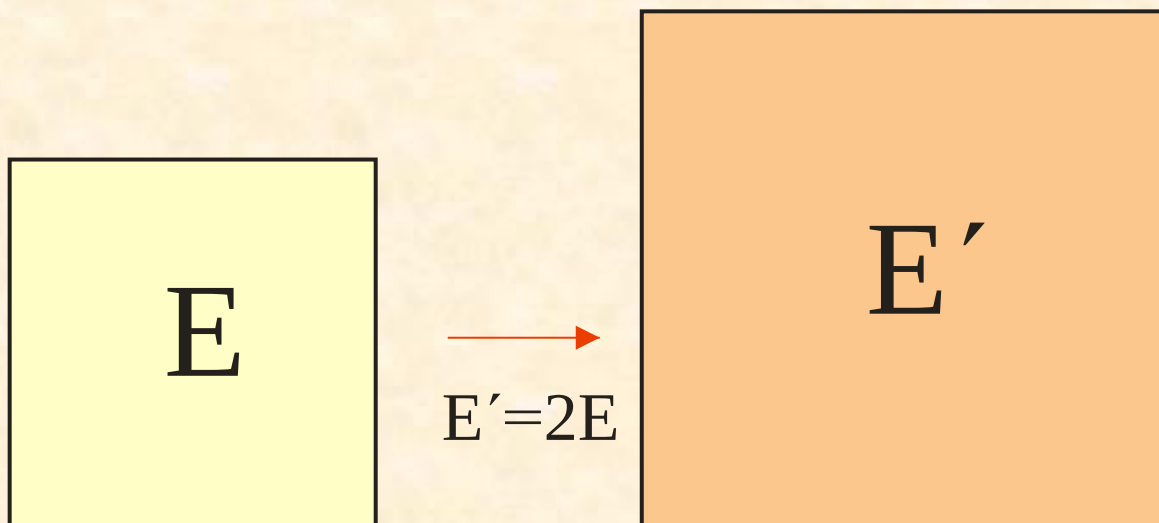
- α.** Να δικαιολογήσετε γιατί ο κύκλος αυτός περνάει από τα σημεία A και B .
- β.** Μήπως από το σημείο K περνάει και η μεσοκάθετος του τμήματος AB ; Προσπαθήστε να εξηγήσετε την απάντησή σας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6.

[Β' Γυμνασίου, Μέρος Β' /Κεφ. 1ο, Εμβαδόν τετραγώνου]

Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 5 cm.

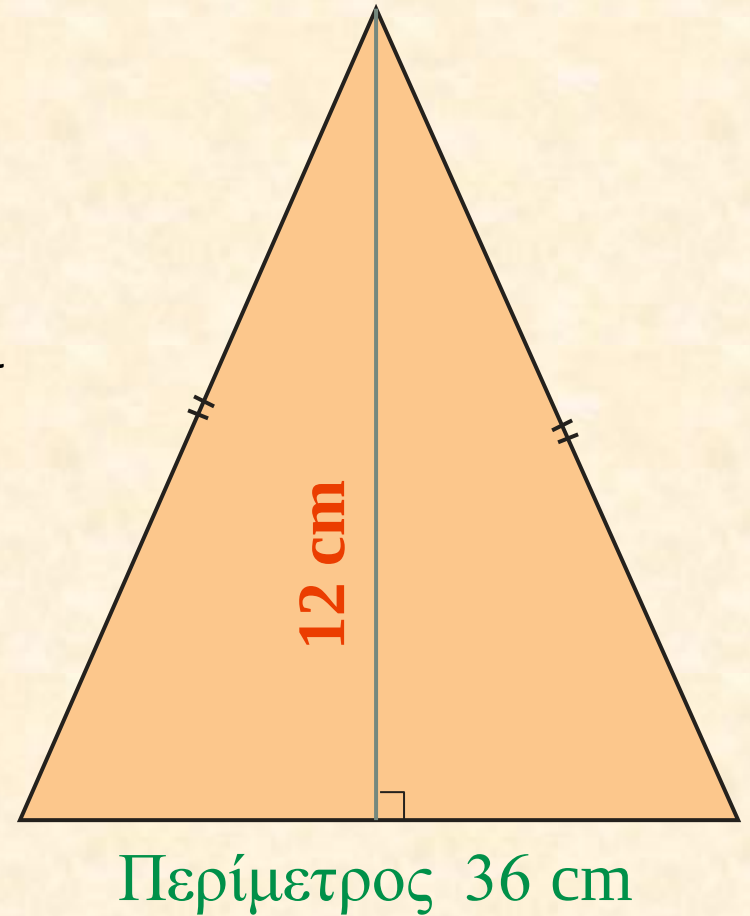
Να κατασκευάσετε νέο τετράγωνο με διπλάσιο εμβαδό.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7.

[Συνδυασμός γνώσεων μαθηματικών Β' και Γ' Γυμνασίου]

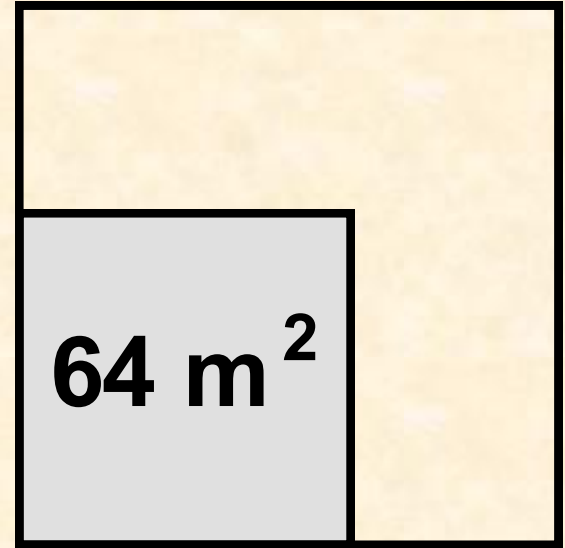
Η περίμετρος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 36 cm και το ύψος προς τη βάση του είναι 12 cm. Να βρείτε το εμβαδόν αυτού του τριγώνου.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8.

[Γ' Γυμνασίου, Μέρος Α' /Κεφ. 1ο - 2ο]

Έχουμε φυτέψει λουλούδια σε έναν τετράγωνο κήπο 64 m^2 . Αν διπλασιάσουμε το εμβαδόν του κήπου, ώστε και ο νέος κήπος να είναι τετράγωνο, όπως φαίνεται στο σχήμα, να βρείτε τις διαστάσεις του νέου κήπου.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 9.

[Γ' Γυμνασίου, Μέρος Α' /Κεφ. 3ο, Συστήματα γραμμικών εξισώσεων]

Ένα βράδυ την προβολή μιας κινηματογραφικής ταινίας την παρακολούθησαν 200 άτομα, μεταξύ των οποίων ορισμένοι ήταν μαθητές ή φοιτητές, και το ταμείο του κινηματογράφου το βράδυ αυτό εισέπραξε συνολικά 1700 €.

Αν το εισιτήριο για μαθητές ή φοιτητές είναι 6 €, ενώ για όλους τους άλλους είναι 10 €, να βρείτε πόσοι από τους θεατές ήταν μαθητές ή φοιτητές και πόσοι οι υπόλοιποι.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10.

[Β' Γυμνασίου, Μέρος Α' /Κεφ. 1ο, Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις]

Ας φαντασθούμε ότι συμμετέχουμε σ' ένα παιχνίδι ερωτήσεων – απαντήσεων που γίνεται με τον εξής τρόπο:

Μας ζητούν να απαντήσουμε σε 40 ερωτήσεις, οι οποίες μας υποβάλλονται η μία μετά την άλλη. Και σε καθεμιά από αυτές δίνουμε οπωσδήποτε μία απάντηση.

Από την αρχή του παιχνιδιού ξέρουμε ότι για κάθε σωστή απάντηση κερδίζουμε 2 πόντους, ενώ για κάθε λανθασμένη απάντηση μας αφαιρούν 2 πόντους.

Με τη λήξη του παιχνιδιού μάς λένε ότι το τελικό μας αποτέλεσμα είναι 16 πόντοι.

Να βρείτε σε πόσες ερωτήσεις απαντήσαμε σωστά και σε πόσες λανθασμένα.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11.

[Β' Γυμνασίου, Μέρος Α' /Κεφ. 1ο, Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις]

Ένα αστικό λεωφορείο εκτελεί μια διαδρομή, όπου ανάμεσα στην αφετηρία και στο τέρμα της, κάνει τρεις ενδιάμεσες στάσεις.

Στην πρώτη στάση κατέβηκαν 4 άτομα και ανέβηκαν 10. Στη δεύτερη στάση κατέβηκαν 7 και ανέβηκαν 16.

Στην τρίτη στάση κατέβηκαν 11 και ανέβηκαν 9. Αν στο τέρμα της διαδρομής κατέβηκαν 32 άτομα, να βρείτε με πόσα άτομα ξεκίνησε το λεωφορείο από την αφετηρία.



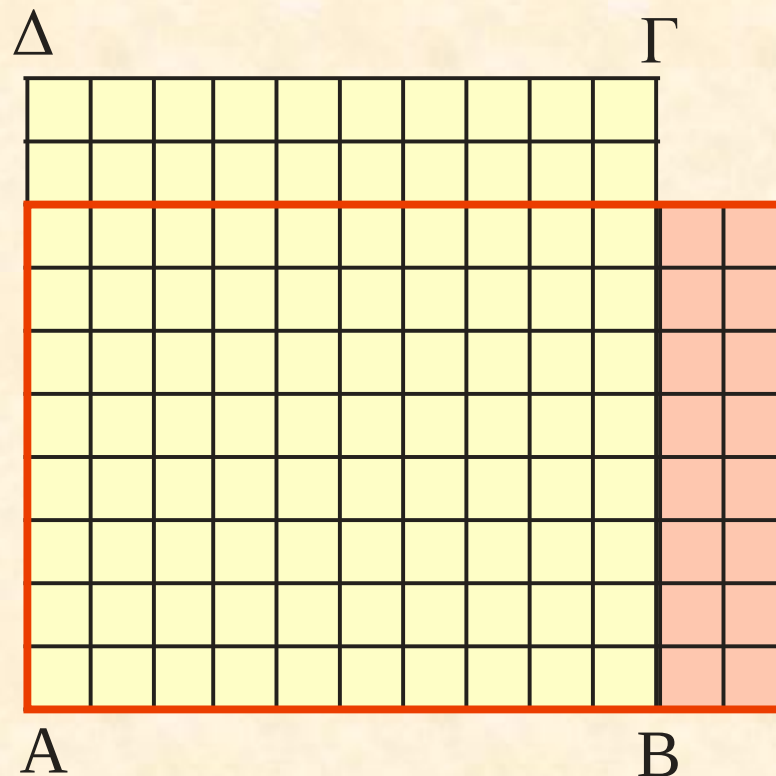
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ.

Βήμα 1ο

Ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει εμβαδόν 100.

Αν αυξήσουμε τις πλευρές ΑΒ και ΔΓ κατά 20 % και συγχρόνως μειώσουμε τις ΑΔ και ΒΓ κατά 20 %, τότε:

- α. να βρείτε κατά ποιο ποσοστό μεταβάλλεται το εμβαδόν του τετραγώνου;
- β. να εξετάσετε αν με τις παραπάνω αυξομειώσεις των πλευρών του τετραγώνου μεταβάλλεται η περίμετρός του.

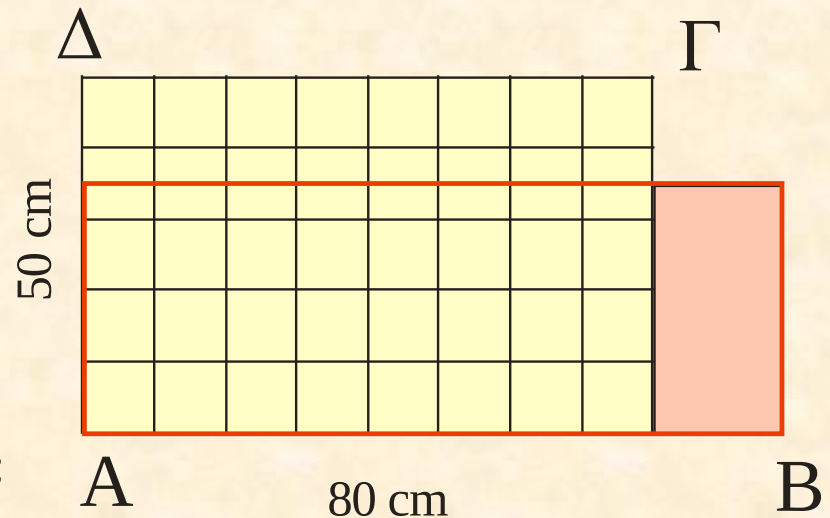


Βήμα 2^ο

Ένα ορθογώνιο έχει μήκος 80 cm και πλάτος 50 cm.

Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 20 % και
συγχρόνως μειώσουμε το πλάτος του κατά 20 %,
τότε:

- α. να βρείτε τις διαστάσεις και το εμβαδόν του νέου ορθογωνίου.
- β. να βρείτε κατά ποιο ποσοστό έχει μεταβληθεί το εμβαδόν του αρχικού ορθογωνίου;
- γ. Ποια σχέση συνδέει το εμβαδόν του νέου ορθογωνίου με το εμβαδόν του αρχικού ορθογωνίου;

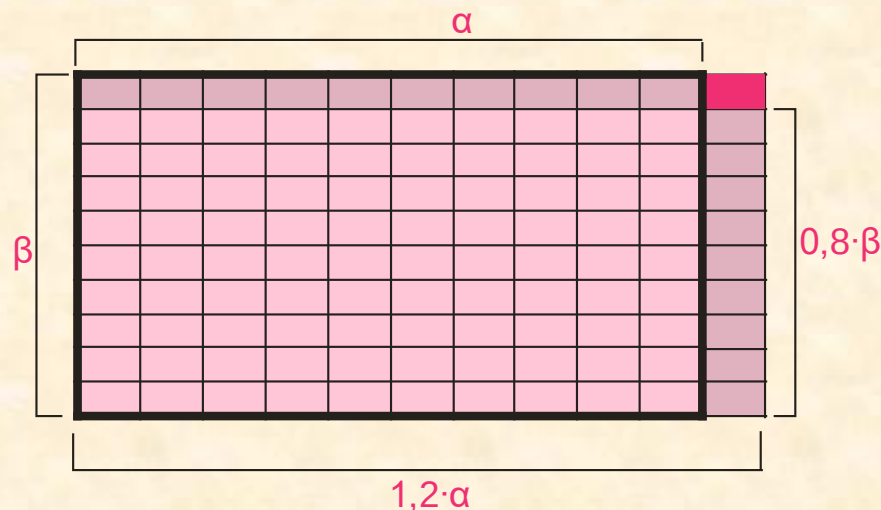


Βήμα 3ο

Ένα ορθογώνιο έχει μήκος α και πλάτος β .

Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 20 % και συγχρόνως μειώσουμε το πλάτος του κατά 20 %, τότε:

- α. να βρείτε τις διαστάσεις και το εμβαδόν του νέου ορθογωνίου.
- β. να βρείτε κατά ποιο ποσοστό έχει μεταβληθεί το εμβαδόν του αρχικού ορθογωνίου;
- γ. Αν ονομάσουμε E_1 το εμβαδόν του αρχικού ορθογωνίου και E_2 το εμβαδόν του νέου ορθογωνίου, να βρείτε τη σχέση που εκφράζει το E_2 ως συνάρτηση του E_1 και έπειτα να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.



Πηγές προβλημάτων - Βιβλιογραφία

1. Ρίζος Γ., **Οι περιπέτειες του προβλήματος στα Σχολικά Μαθηματικά**, Εκδ. Μαθηματική Βιβλιοθήκη, Χ. Βαφειάδης, Θεσσαλονίκη, 2005.
2. Ρίζος Γ., **Στον δρόμο για τον PISA – Τα μαθηματικά στο διεθνή διαγωνισμό PISA**, Εκδ. Μαυρίδη, Θεσσαλονίκη, 2009.
3. Γκατζούλης Κ., Ρίζος Γ., **Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου**, Εκδ. Μαυρίδη, Θεσσαλονίκη, 2007.
4. Γκατζούλης Κ., Ρίζος Γ., **Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου**, Εκδ. Γκατζούλη, Θεσσαλονίκη, 2006.
5. Γκατζούλης Κ., Ρίζος Γ., **Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου**, Εκδ. Μαυρίδη, Θεσσαλονίκη, 2007.
6. Περιοδικό **Ευκλείδης Α΄**, Έκδοση της ΕΜΕ.
7. Περιοδικό **Το “φ”**, Αυτοέκδοση, Υπεύθυνος έκδοσης Β. Ε. Βισκαδουράκης.
8. Ντρίζος Δ., **Διδακτική αξιοποίηση προβλημάτων επαγωγικής συλλογιστικής στο πλαίσιο ανάπτυξης ιδεών του G. Polya**, περιοδικό Ευκλείδης Γ΄, τεύχος 73, Έκδοση της ΕΜΕ, Αθήνα 2010.
9. Ντρίζος Δ., **Αδημοσίευτες προσωπικές σημειώσεις**