

Τίτλος Ομιλίας

«Πανελλήνιες και νέα Προγράμματα Σπουδών Μαθηματικών της Γ Λυκείου: Μια σχέση προς διερεύνηση»

Εισαγωγή

Αγαπητοί/ές συνάδελφοι και συναδέλφισσες, είναι χαρά και τιμή να βρίσκομαι σήμερα εδώ για να συζητήσουμε ένα θέμα που αγγίζει την καρδιά της μαθηματικής εκπαίδευσης στη χώρα μας: τη σχέση ανάμεσα στα **νέα Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών**, τα **Προσδοκόμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)** και τις **Πανελλήνιες εξετάσεις**.

Ζούμε σε μια εποχή που η εκπαίδευση καλείται να επαναπροσδιορίσει τον σκοπό της:

να μετακινηθεί από τη **μετάδοση γνώσης** στη **διαμόρφωση ικανοτήτων**, από τη **συσσώρευση τύπων** στη **μαθηματική σκέψη** και τη **διερεύνηση**.

Όμως αυτή η μετάβαση δεν είναι ούτε απλή ούτε αυτονόητη. Απαιτεί αλλαγές στη νοοτροπία, στα εργαλεία, στην αξιολόγηση — και, κυρίως, στον ρόλο του εκπαιδευτικού.

1. Κριτική διάσταση των νέων Προγραμμάτων Σπουδών στα Μαθηματικά

Τα νέα Προγράμματα Σπουδών έχουν έναν σύγχρονο προσανατολισμό: δίνουν έμφαση στις **δεξιότητες**, στα **πραγματικά προβλήματα**, στη **συνδεσιμότητα των εννοιών** και στην **ενεργή συμμετοχή του μαθητή**.

Με τη λογική των ΠΜΑ, δεν ρωτάμε πλέον «τι διδάχθηκε», αλλά «τι μπορεί να κάνει ο μαθητής με αυτά που διδάχθηκε».

Αυτό, θεωρητικά, ευθυγραμμίζεται με τις διεθνείς τάσεις και τη φιλοσοφία της μαθηματικής παιδείας του 21ου αιώνα.

Ωστόσο, εγείρονται εύλογα ερωτήματα:

- Είναι έτοιμο το ελληνικό σχολικό σύστημα να υποστηρίξει αυτή την αλλαγή;
- Υπάρχουν οι απαραίτητες επιμορφώσεις και τα υποστηρικτικά εργαλεία;
- Και κυρίως, πώς αυτή η φιλοσοφία συνδέεται με τις **Πανελλήνιες**, που εξακολουθούν να λειτουργούν με λογική απομνημόνευσης και

τυποποιημένων λύσεων; Πώς θα μπορέσει να επιτελεστεί αυτή η ρηξικέλευθη αλλαγή; Ποιοι κίνδυνοι μπορεί να ελλοχεύουν;

2. Η πραγματικότητα της Γ' Λυκείου: μια τάξη στοχοπροσηλωμένη στις Πανελλήνιες

Δεν μπορούμε να μιλάμε για νέα Προγράμματα Σπουδών χωρίς να αναγνωρίσουμε τη **μοναδική ιδιαιτερότητα της Γ' Λυκείου**. Είναι μια τάξη που λειτουργεί υπό το καθεστώς **απόλυτης εξεταστικής πίεσης**.

Οι μαθητές/ριες, οι οικογένειες και συχνά και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί, προσανατολίζονται στην **επιτυχία στις Πανελλήνιες**. Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος, ο ρυθμός και το περιεχόμενο της διδασκαλίας **καθορίζονται από το εξεταστικό σύστημα και όχι από τα Προγράμματα σπουδών**.

Σε ένα τέτοιο περιβάλλον, η έννοια του «πειραματισμού», της «διερεύνησης», του «λάθους ως μέσου μάθησης» δυσκολεύεται να βρει χώρο.

Ο/Η εκπαιδευτικός βρίσκεται ανάμεσα σε δύο κόσμους:

- από τη μια, η φιλοσοφία των νέων ΠΣ που ζητά καλλιέργεια δεξιοτήτων,
- από την άλλη, η πρακτική ανάγκη για αποτελεσματική προετοιμασία στις εξετάσεις.

Κατά τη γνώμη μου, αυτή η ένταση δεν πρέπει να θεωρηθεί εμπόδιο, αλλά **πραγματικότητα προς διαχείριση**.

3. Η νέα Τράπεζα Θεμάτων και η ανάγκη αναθεώρησης

Η Τράπεζα Θεμάτων αποτέλεσε ένα βήμα προς την τυποποίηση και τη διαφάνεια. Ή τουλάχιστον δημιουργήθηκε για να εξυπηρετήσει αυτόν τον σκοπό

Όμως, στο πλαίσιο των νέων ΠΣ, χρειάζεται **ριζική αναθεώρηση**.

Δεν μπορεί να παραμένει εργαλείο μηχανιστικής αξιολόγησης. Οφείλει να περιλαμβάνει **θέματα ανοικτού τύπου, διερευνητικά ερωτήματα, προβλήματα με πολλαπλές στρατηγικές λύσης**. Μόνο έτσι μπορεί να υπηρετήσει τα ΠΜΑ και να οδηγήσει σε ουσιαστική μάθηση, όχι σε αποστήθιση τεχνικών.

Μια ορθά δομημένη Τ.Θ. θα μπορούσε να αποτελέσει έναν οδηγό που θα διευκόλυνε το έργο του/της εκπαιδευτικού **δίνοντας ιδέες** ώστε ο/η εκπαιδευτικός να τις προσαρμόσει στις μαθητικές ανάγκες του τμήματός του.

4. Η καθυστέρηση του πολλαπλού βιβλίου και τα ερωτήματα που δημιουργεί

Η εξαγγελία του **πολλαπλού βιβλίου** δημιούργησε προσδοκίες. Όμως η **καθυστέρησή του** αφήνει τους εκπαιδευτικούς χωρίς σαφές πλαίσιο.

Διδάσκουν με τα παλιά βιβλία, αλλά καλούνται να υπηρετήσουν τα νέα Προγράμματα Σπουδών. Αυτό οδηγεί σε ασυνέχεια και αβεβαιότητα.

Ταυτόχρονα παρατηρείται από την ηγεσία του ΥΠΑΙΘΑ αλλαγή στη ρητορική. Το πολλαπλό βιβλίο αναφέρεται ως νέο βιβλίο και τελευταία γίνεται αναφορά σε ψηφιακό βιβλίο!

5. Ο υπερτονισμός του πολλαπλού βιβλίου και η αλλαγή ρόλου του εκπαιδευτικού

Ακόμη κι όταν το πολλαπλό βιβλίο εφαρμοστεί, δεν λύνει αυτόματα τα προβλήματα.

Θα χρειαστεί να αλλάξει η κουλτούρα χρήσης του σχολικού εγχειριδίου καθώς θα δίνεται πλέον η δυνατότητα αξιοποίησης και των υπόλοιπων βιβλίων ανεξάρτητα από την επιλογή στην οποία έχει προβεί.

Η ουσία είναι αλλού: στη **μετάβαση από το “βιβλίο-οδηγό” στον εκπαιδευτικό-δημιουργό.**

Ο εκπαιδευτικός καλείται να **ενορχηστρώσει** τη μαθησιακή διαδικασία, να συνθέσει υλικό από διαφορετικές πηγές, να σχεδιάσει δραστηριότητες που υπηρετούν τα ΠΜΑ.

Αυτό είναι μια **ποιοτική αλλαγή** του ρόλου του, που προϋποθέτει:

- χρόνο,
- επιμόρφωση,
- και παιδαγωγική υποστήριξη.

6. Οι προκλήσεις της μετάβασης από το βιβλίο στον εκπαιδευτικό

Η μετάβαση αυτή δεν είναι μόνο τεχνική· είναι πολιτισμική.

Ο εκπαιδευτικός καλείται να γίνει **σχεδιαστής μαθησιακών εμπειριών**, να αξιοποιεί ευελιξία, διαφοροποίηση, πολλαπλές στρατηγικές.

Όμως για να το κάνει, χρειάζεται:

- εμπιστοσύνη από το σύστημα,
- κοινότητες πρακτικής,
- και κουλτούρα συνεργασίας μεταξύ εκπαιδευτικών.

7. Πρακτικές ιδέες για τον εκπαιδευτικό της Γ' Λυκείου

Πώς, λοιπόν, μπορεί ένας εκπαιδευτικός να εφαρμόσει τη φιλοσοφία των νέων ΠΣ **μέσα στην πίεση των Πανελληνίων;**

Μερικές ιδέες, ίσως ρεαλιστικές:

1. **Διδασκαλία με βάση στρατηγικές σκέψης**, όχι μόνο λύσεις.
Όταν παρουσιάζουμε μια άσκηση, να ζητάμε από τους μαθητές να εξηγήσουν το “γιατί” της επιλογής τους. Έτσι υπηρετούμε και τα ΠΜΑ (κριτική σκέψη, μαθηματικός συλλογισμός).
2. **Μικρά “παράθυρα διερεύνησης” μέσα στο μάθημα.**
Ακόμα και 10 λεπτά για ένα “τι θα συνέβαινε αν...” μπορεί να ενεργοποιήσει τη μαθηματική σκέψη χωρίς να απομακρύνει το μάθημα από την ύλη.
3. **Ενσωμάτωση πραγματικών δεδομένων στις ασκήσεις.**
Π.χ. μια άσκηση στατιστικής με δεδομένα από κοινωνικά ζητήματα ή αθλητισμό – συνδέει τη θεωρία με την εφαρμογή.
4. **Αξιοποίηση εργαλείων ΤΝ** (όπως GeoGebra, Desmos, ή συστήματα ΤΝ που εξηγούν βήματα λύσης) ως υποστηρικτικών μηχανισμών κατανόησης.
5. **Συνεργατική επίλυση προβλημάτων.**
Ακόμα και εντός της τάξης των εξετάσεων, μπορούμε να ενισχύσουμε την επικοινωνία και την επιχειρηματολογία.
6. **Διαφοροποιημένη αξιολόγηση**

Ορισμένες φορές, ένα “μικρό διαγώνισμα” μπορεί να περιλαμβάνει ένα πρόβλημα ανοιχτού τύπου, όχι για βαθμολογία αλλά για ανάπτυξη σκέψης.

Με λίγα λόγια: μπορούμε να **υπηρετούμε το παρόν** των μαθητών (την επιτυχία στις Πανελλήνιες) και ταυτόχρονα να **προετοιμάζουμε το μέλλον** τους (την ικανότητα να σκέφτονται μαθηματικά).

8. Τεχνητή Νοημοσύνη και νέες προοπτικές στη διδασκαλία των Μαθηματικών

Η ΤΝ **δεν** θα αντικαταστήσει τον εκπαιδευτικό· θα τον **ενισχύσει**.

Μπορεί να βοηθήσει στη διαφοροποίηση, στη δημιουργία ασκήσεων, στην εξατομικευμένη υποστήριξη.

Ο ρόλος μας είναι να την αξιοποιήσουμε **παιδαγωγικά**, χωρίς να χάνουμε τον έλεγχο της μαθησιακής διαδικασίας.

9. Μια πρώτη διαπίστωση

Αυτό που ουσιαστικά καλούμαστε να αναζητήσουμε, με τα όποια διλήμματα εγείρονται, είναι η ισορροπία ανάμεσα στο παρόν και στο μέλλον.

Σε κάθε περίπτωση ο ρόλος που καλούμαστε να υπηρετήσουμε είναι το κλειδί που θα ανοίξει τις πόρτες του νέου ΠΣ. Σε εμάς και μόνο επαφίεται η επιτυχία οποιασδήποτε επιχειρούμενης αλλαγής.



Διδακτική Δραστηριότητα: «Ρυθμός ροής και συνολική ποσότητα. Μαθαίνοντας το Ολοκλήρωμα μέσα από τη ροή ενός υγρού»

Θεματική ενότητα

Ολοκληρώματα – Ρυθμός μεταβολής και εμβαδόν – Εφαρμογές στη Φυσική και στην καθημερινή ζωή.

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)

Με το τέλος της δραστηριότητας, ο/η μαθητής/μαθήτρια αναμένεται να:

1. Κατανοεί την έννοια του ολοκληρώματος ως **συσσώρευσης μεταβολών**.
2. Συνδέει τον **ρυθμό μεταβολής ενός μεγέθους** με το **συνολικό μέγεθος** μέσω του ορισμένου ολοκληρώματος.
3. Εφαρμόζει τη γνώση σε **πραγματικά ή προσομοιωμένα προβλήματα** (μοντελοποίηση).
4. Ερμηνεύει τη **μονάδα μέτρησης** του ολοκληρώματος και εξηγεί τη φυσική του σημασία.
5. Επικοινωνεί μαθηματικά τη συλλογιστική του με επιχειρήματα, γραφήματα και υπολογισμούς.

Πλαίσιο - Εισαγωγή

Ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει το εξής **πραγματικό σενάριο**:

«Μια δεξαμενή νερού γεμίζει μέσω ενός σωλήνα. Το νερό ρέει με ρυθμό που μεταβάλλεται με τον χρόνο.

Ο ρυθμός ροής $r(t)$ σε λίτρα ανά λεπτό δίνεται από τη συνάρτηση

$$r(t) = 2 + \eta\mu\left(\frac{\pi t}{10}\right), 0 \leq t \leq 10$$

όπου t είναι ο χρόνος σε λεπτά. Θέλουμε να υπολογίσουμε πόσο νερό έχει γεμίσει συνολικά στη δεξαμενή μετά από 10 λεπτά.»

Διερεύνηση - Φάσεις μάθησης

α) Ερμηνεία της συνάρτησης

Οι μαθητές παρατηρούν τη γραφική παράσταση του $r(t)$ με τη βοήθεια **λογισμικού (π.χ. GeoGebra)**.

Προτεινόμενες ερωτήσεις από τον εκπαιδευτικό:

- Πότε η ροή είναι μεγαλύτερη;
- Πότε είναι μικρότερη;

- Τι σημαίνει η μονάδα του $r(t)$;
(Απάντηση: λίτρα ανά λεπτό \rightarrow ρυθμός, δηλαδή μεταβολή όγκου ανά μονάδα χρόνου.)

β) Διατύπωση προβλήματος

Ο/Η εκπαιδευτικός καθοδηγεί:

«Αν ξέραμε τη ροή σε κάθε λεπτό, πώς θα βρίσκαμε πόσο νερό μπήκε συνολικά;»

Οι μαθητές/ήτριες εκτιμούμε ότι θα καταλάβουν ότι πρέπει να **προσθέσουν μικρές ποσότητες νερού** που εισέρχονται σε κάθε χρονικό διάστημα — δηλαδή να υπολογίσουν το **άθροισμα των μικρών μεταβολών**:

$$\Delta V = r(t) \Delta t$$

και στη συνέχεια το συνολικό $V = \sum r(t) \Delta t$, το οποίο στη συνεχή περίπτωση γίνεται ολοκλήρωμα.

γ) Υπολογισμός

Οι μαθητές υπολογίζουν με αριθμομηχανή ή συμβολικά:

$$V = \int_0^{10} \left(2 + \eta\mu \left(\frac{\pi t}{10} \right) \right) dt$$

$$V = \left[2t - \frac{10}{\pi} \sigma\upsilon\nu \left(\frac{\pi t}{10} \right) \right]_0^{10} = 20 - \frac{10}{\pi} (\sigma\upsilon\nu(\pi) - 1) \approx 23,18 \text{ λίτρα.}$$

δ) Ερμηνεία αποτελέσματος

Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει συζήτηση με τα εξής ερωτήματα:

- Πώς συνδέεται το αποτέλεσμα με το εμβαδό κάτω από τη γραφική παράσταση της $r(t)$;
- Τι σημαίνει η τιμή 23,18;
- Αν η ροή ήταν σταθερή στα 2 λίτρα/min, πόσο νερό θα γέμιζε; (20 λίτρα)
- Γιατί εδώ είναι περισσότερο; (λόγω της θετικής συμβολής του ημιτόνου).
- Τι αλλάζει αν μεταβληθεί η μορφή της συνάρτησης; Με αφορμή το τελευταίο ερώτημα μπορεί να ανατεθεί η εργασία που παρουσιάζεται στην επόμενη διαφάνεια.

ε) Επέκταση (προαιρετικά)

- Ζητείται από τους/τις μαθητές/ήτριες να εξετάσουν πώς αλλάζει το αποτέλεσμα αν ο ρυθμός ροής είναι

$$r(t) = 2 + \frac{1}{2} \eta\mu\left(\frac{\pi t}{10}\right)$$

- Ή να σχεδιάσουν σε ψηφιακό περιβάλλον το εμβαδό που αντιστοιχεί στη συσσώρευση νερού με την πάροδο του χρόνου.

Εναλλακτικές / Επέκταση σε άλλες έννοιες

- **Μέτρηση εμβαδού:** Εφαρμογή του ολοκληρώματος ως εμβαδού μεταξύ καμπύλης και άξονα x. Π.χ. «Η καμπύλη δείχνει την ταχύτητα ενός αυτοκινήτου. Να βρείτε τη μετατόπιση στο διάστημα $[0, 10]$ ».
- **Όγκος εκ περιστροφής:** Ο εκπαιδευτικός δείχνει με 3D προσομοίωση στο GeoGebra την καμπύλη $y = \sqrt{x}$

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = 8\pi$$

Ερωτήματα:

- Τι σημαίνει γεωμετρικά αυτός ο όγκος;
- Πώς θα άλλαζε αν περιστρέφαμε γύρω από τον y;
- Ποια είναι η φυσική του ερμηνεία;

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να πραγματοποιηθεί:

- **Στο σχολείο**, σε 1 – 2 διδακτικές ώρες,
- ή ως **εργασία τύπου “project”** για ομάδες 2 – 3 μαθητών/ριών με χρήση τεχνολογίας.

Αναστοχασμός – Συζήτηση

Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να θέσει στον εαυτό του τις εξής ερωτήσεις:

- Πώς μας βοήθησε η γραφική αναπαράσταση να κατανοήσουμε την έννοια του ολοκληρώματος;

- Ποια είναι η ουσιαστική διαφορά ανάμεσα στο να «υπολογίζω ένα ολοκλήρωμα» και στο να «κατανοώ τι εκφράζει»;
- Πώς θα μπορούσε ένα τέτοιο πρόβλημα να ενταχθεί σε ένα διαγώνισμα Πανελληνίων νέου τύπου;

Σχόλιο για τον ρόλο του/της εκπαιδευτικού

Σύμφωνα με τη φιλοσοφία των νέων ΠΣ, ο/η εκπαιδευτικός λειτουργεί ως **ενορχηστρωτής** της μαθησιακής εμπειρίας — δεν δίνει απλώς τύπους, αλλά δημιουργεί το περιβάλλον μέσα στο οποίο ο/η μαθητής/ήτρια *ανακαλύπτει* τη μαθηματική έννοια. Με τον τρόπο αυτό καλλιεργεί δεξιότητες συλλογισμού, μοντελοποίησης και συνεργασίας. Συνδέει την έννοια με τις Πανελλήνιες μέσα από πραγματικές εφαρμογές κάνοντας τη διδασκαλία του περισσότερη ελκυστική στους μαθητές και τις μαθήτριές του.

Επίλογος

Η εκπαιδευτική αλλαγή δεν θα έρθει με εγκυκλίους.

Θα έρθει μέσα από **εκπαιδευτικούς που σκέφτονται, πειραματίζονται, προσαρμόζουν.**

Η σχέση ανάμεσα στα Προγράμματα Σπουδών, τα ΠΜΑ και τις Πανελλήνιες είναι πράγματι μια **σχέση προς διερεύνηση** — όχι ένα πρόβλημα προς επίλυση. Ας τη δούμε ως **ευκαιρία επαναπροσδιορισμού** του ρόλου μας, ως ανθρώπων που διδάσκουν Μαθηματικά αλλά, πιο βαθιά, **καλλιεργούν τη σκέψη.**

Γκάντι: Γίνε η αλλαγή που θέλεις να δεις να συμβαίνει στον κόσμο.

Σας ευχαριστώ πολύ.

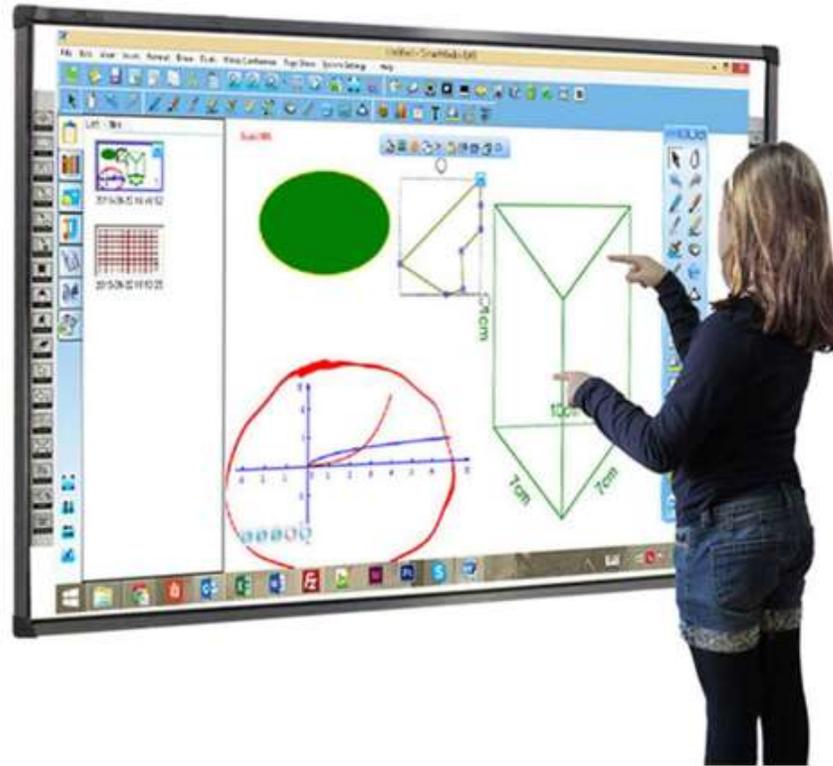
Πανελλήνιες και νέα Προγράμματα Σπουδών Μαθηματικών Γ' Λυκείου Μια σχέση προς διερεύνηση



Νικόλαος Τάσος
Διευθυντής 2^{ου} ΓΕ.Λ. Πειραιά

Εισαγωγή

- ▶ Η εκπαίδευση αλλάζει
- ▶ Από τη γνώση στις δεξιότητες
- ▶ Νέος ρόλος εκπαιδευτικού



Νέα Προγράμματα Σπουδών

- ▶ Έμφαση στα ΠΜΑ
- ▶ Σύνδεση εννοιών
- ▶ Ενεργός μαθητής



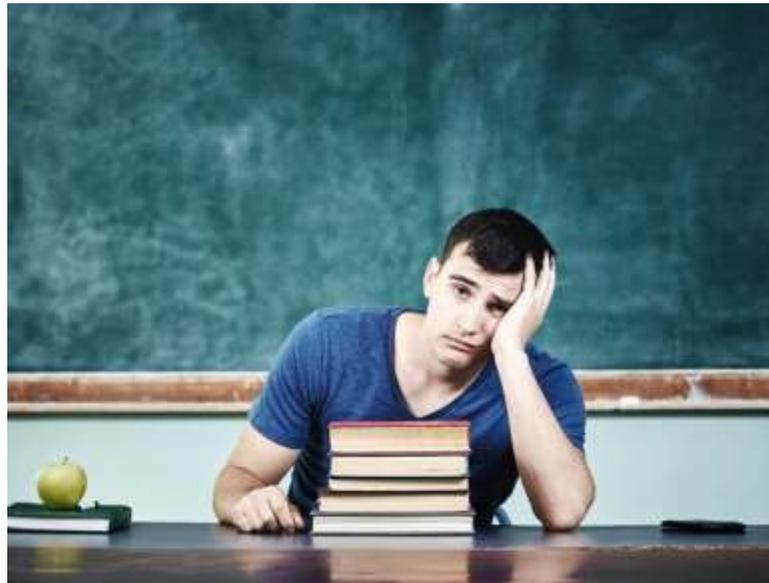
Κριτικά ερωτήματα



- ▶ Ετοιμότητα συστήματος;
- ▶ Επιμόρφωση;
- ▶ Σχέση με Πανελλήνιες;

Η Γ΄ Λυκείου σήμερα

- ▶ Εξετασιοκεντρικός χαρακτήρας
- ▶ Πίεση χρόνου
- ▶ Αποκλειστικός στόχος η επιτυχία



Ο εκπαιδευτικός ανάμεσα σε δύο κόσμους

- ▶ ΠΣ vs Πανελλήνιες
- ▶ Παιδαγωγική ευθύνη
- ▶ Ισορροπία



Τράπεζα Θεμάτων

- ▶ Ανάγκη αναβάθμισης
- ▶ Διερευνητικά θέματα
- ▶ Όχι μόνο τυποποίηση
- ▶ Ριζική αναθεώρηση



Το πολλαπλό βιβλίο

- ▶ Καθυστέρηση εφαρμογής
- ▶ Αβεβαιότητα
- ▶ Ανάγκη καθοδήγησης



Αλλαγή ρόλου εκπαιδευτικού

- ▶ Από εκτελεστής γίνεται σχεδιαστής
- ▶ Σύνθεση υλικού
- ▶ Παιδαγωγική ελευθερία

Προκλήσεις μετάβασης

- ▶ Κουλτούρα συνεργασίας
- ▶ Εμπιστοσύνη
- ▶ Υποστήριξη



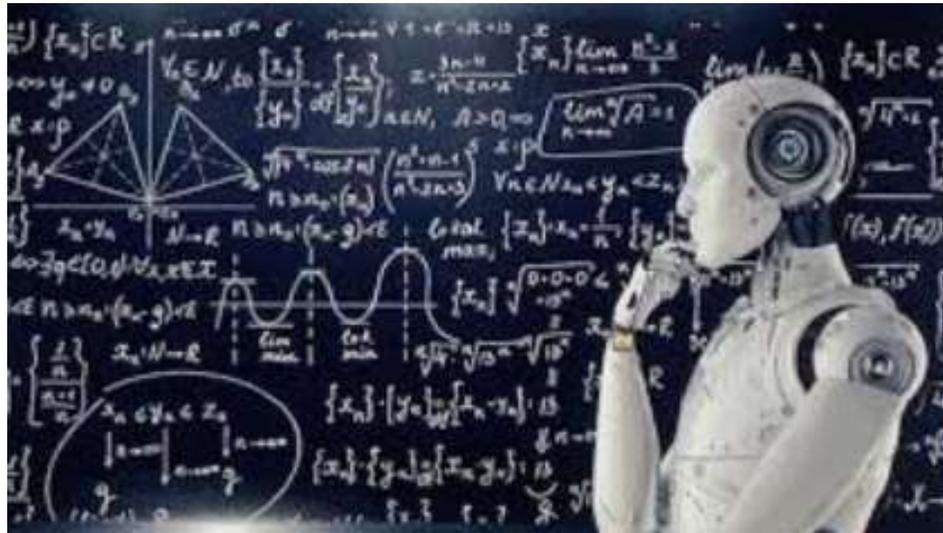
Πρακτικές ιδέες

- ▶ Στρατηγικές σκέψης
- ▶ Μικρή διερεύνηση
- ▶ Σύνδεση με ζωή
- ▶ Αξιοποίηση εργαλείων ΤΝ
- ▶ Συνεργατική επίλυση προβλημάτων
- ▶ Διαφοροποιημένη αξιολόγηση



Τεχνητή Νοημοσύνη

- ▶ Υποστηρικτικός ρόλος
- ▶ Εξατομίκευση
- ▶ Όχι υποκατάσταση



Πρώτη Διαπίστωση

- ▶ Ισορροπία παρόντος - μέλλοντος
- ▶ Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι το κλειδί

Διδακτική Δραστηριότητα:

«Ρυθμός ροής και συνολική ποσότητα»

Μαθαίνοντας το Ολοκλήρωμα μέσα από τη ροή ενός υγρού

- ▶ Ρυθμός ροής και συνολική ποσότητα - Μαθαίνοντας το Ολοκλήρωμα
- ▶ Δραστηριότητα σύμφωνα με τα νέα Προγράμματα Σπουδών Μαθηματικών
- ▶ Ιδέα για εφαρμογή στη Γ' Λυκείου

Προσδοκόμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα

Με το τέλος της δραστηριότητας, ο/η μαθητής/μαθήτρια αναμένεται να:

- ▶ Κατανοεί το ολοκλήρωμα ως συσσώρευση μεταβολών.
- ▶ Συνδέει τον ρυθμό μεταβολής με το συνολικό μέγεθος.
- ▶ Εφαρμόζει γνώση σε πραγματικά προβλήματα (μοντελοποίηση).
- ▶ Ερμηνεύει μονάδες μέτρησης και φυσική σημασία.
- ▶ Επικοινωνεί τη συλλογιστική του με επιχειρήματα και γραφήματα

Εισαγωγικό Σενάριο

«Μια δεξαμενή νερού γεμίζει μέσω ενός σωλήνα. Το νερό ρέει με ρυθμό που μεταβάλλεται με τον χρόνο.

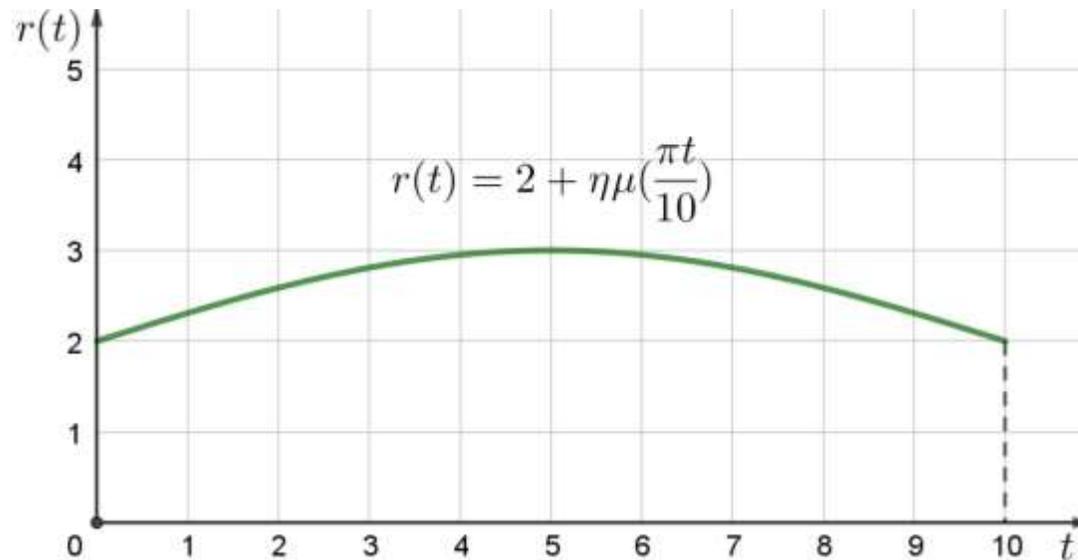
Ο ρυθμός ροής $r(t)$ σε λίτρα ανά λεπτό δίνεται από τη συνάρτηση

$$r(t) = 2 + \eta\mu\left(\frac{\pi t}{10}\right), 0 \leq t \leq 10$$

όπου t είναι ο χρόνος σε λεπτά. Θέλουμε να υπολογίσουμε πόσο νερό έχει γεμίσει συνολικά στη δεξαμενή μετά από 10 λεπτά.»

Φάση 1: Διερεύνηση με GeoGebra

- ▶ Παρατήρηση της γραφικής παράστασης του $r(t)$.
- ▶ Πότε η ροή είναι μέγιστη ή ελάχιστη;
- ▶ Τι σημαίνει η μονάδα του $r(t)$;
- ▶ Τι εκφράζει η περιοχή κάτω από τη γραφική παράσταση;



Φάση 2: Από το άθροισμα στο ολοκλήρωμα

- ▶ Οι μαθητές συνειδητοποιούν ότι το συνολικό νερό είναι το άθροισμα των μικρών μεταβολών:

$$\Delta V = r(t)\Delta t \rightarrow V = \Sigma r(t)\Delta t \rightarrow V = \int_0^{10} \left(2 + \eta\mu\left(\frac{\pi t}{10}\right)\right) dt$$

- ▶ Υπολογισμός:

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{10} \left(2 + \eta\mu\left(\frac{\pi t}{10}\right)\right) dt = \\ &= \left[2t - \frac{10}{\pi} \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi t}{10}\right)\right]_0^{10} = 20 - \frac{10}{\pi} (\sigma\upsilon\nu(\pi) - 1) \approx 23,18 \text{ λίτρα.} \end{aligned}$$

Φάση 3: Ερμηνεία και Συζήτηση

- ▶ Τι σημαίνει το αποτέλεσμα φυσικά;
- ▶ Ποια είναι η σχέση με το εμβαδό κάτω από τη γραφική;
- ▶ Γιατί είναι περισσότερο από 20 L;
- ▶ Τι αλλάζει αν μεταβληθεί η μορφή της συνάρτησης;

Επέκταση προαιρετικά

- ▶ Ζητείται από τους/τις μαθητές/ήτριες να εξετάσουν πώς αλλάζει το αποτέλεσμα αν ο ρυθμός ροής είναι

$$r(t) = 2 + \frac{1}{2} \eta \mu \left(\frac{\pi t}{10} \right)$$

- ▶ Ή να σχεδιάσουν σε ψηφιακό περιβάλλον το εμβαδό που αντιστοιχεί στη συσσώρευση νερού με την πάροδο του χρόνου.

Επέκταση σε άλλες εφαρμογές

- ▶ Μέτρηση εμβαδού μεταξύ καμπύλης και άξονα x.

- ▶ Όγκος εκ περιστροφής γύρω από τον άξονα x:

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = 8\pi$$

- ▶ Ερμηνεία μέσω 3D προσομοίωσης στο GeoGebra.

Αναστοχασμός - Συζήτηση

- ▶ Πώς βοήθησε η οπτική αναπαράσταση στην κατανόηση;
- ▶ Τι σημαίνει «κατανοώ το ολοκλήρωμα» έναντι «υπολογίζω»;
- ▶ Πώς εντάσσεται σε ένα μάθημα προσανατολισμένο στις Πανελλήνιες;

Ρόλος του Εκπαιδευτικού

- ▶ Ο εκπαιδευτικός είναι ο ενορχηστρωτής της μαθησιακής εμπειρίας.
- ▶ Δημιουργεί συνθήκες διερεύνησης και όχι απλής εφαρμογής τύπων.
- ▶ Καλλιεργεί δεξιότητες συλλογισμού, μοντελοποίησης και συνεργασίας.
- ▶ Συνδέει την έννοια με τις Πανελλήνιες μέσα από πραγματικές εφαρμογές.

Επίλογος

- ▶ Η σχέση ΠΣ - Πανελληνίων είναι πρόκληση αλλά και ευκαιρία.
- ▶ Η αλλαγή ξεκινά από εμάς



Σας ευχαριστώ πολύ!

